

Разработка урока математики, 10 класс по теме: «Производная и её применение»

Короткова Елена Николаевна, учитель математики,
высшей квалификационной категории,
стаж работы 25 лет

Аннотация

Обобщающий урок по теме: «Производная и её применение» Урок проводится с применением презентации. На данном уроке рассматриваются вопросы, способствующие: закреплению навыков вычисления производной; применение производной на ЕГЭ и в других науках.

Цели урока:

Обучающие: знать формулы дифференцирования; правила дифференцирования; физический и геометрический смысл производной; уравнение касательной к графику функции.

Воспитательные: уметь находить производные функции; решать задачи с применением физического смысла, геометрического смысла; находить значение производной функции в точке; математически грамотно объяснять и обосновывать выполняемые действия.

Воспитательные: воспитывать умение работать с имеющейся информацией, слушать товарищей, точно, однозначно и лаконично формулировать свои ответы.

План урока:

- Организационный момент. (1 минута)
- Проверка уровня знаний и умений, уровня познавательной самостоятельности учащихся. (35 минут)
- Подведение итогов урока. (4 минуты)

Оборудование: Компьютер, мультимедийный проектор, индивидуальные карточки – задания, карточка для работы в группе, лист самооценки самостоятельной работы.

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний и умений.

Технология: урок с применением информационно-коммуникативных технологий.

Методы обучения: словесный, наглядный, практический, проблемный.

Формы работы: фронтальная, индивидуальная, групповая

Вид урока по форме проведения: урок – игра.

Продолжительность: 40 минут. **Учебник:** А.Г.Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) М.: Мнемозина, 2021

Конспект урока

I. **Организационный момент.**

Учитель: Здравствуйте, ребята, у нас сегодня на уроке присутствуют гости, давайте с ними поздороваемся, садитесь.

Ребята, если вы правильно отгадаете ключевое слово, то узнаете тему нашего урока.

- 1) С ее появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ;
- 2) Имеет физический, геометрический смысл;
- 3) Бывает первой, второй, ... ;
- 4) Обозначается штрихом.

Молодцы, тема нашего занятия “ Производная, всемогущая ”.

Как вы думаете, ребята, какова цель нашего урока? (Дети формулируют цель.)

Цель нашего урока – повторить основные направления применения производной для решения различных (избранных) задач дифференциального исчисления.

Я желаю вам на уроке удачи, точных расчетов и вычислений.

Активизация знаний учащихся. На одном из первых уроков изучения производной вы мне задали вопрос: «Мы изучили производную. А так ли это важно в жизни? Применяется ли производная в различных областях науки?»

Постараемся ответить на этот вопрос сегодня на уроке.

А чтобы у вас была путеводная звезда, к которой бы вы шли, я выдвинула *гипотезу*:

«Дифференциальное исчисление - это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники».

В ходе урока вы подтвердите, либо отвергните данную гипотезу.

II. Актуализация знаний, умений, навыков. Ребята, у вас на столах лежат оценочные листы, за каждый правильный ответ, выполненное решение вы будете начислять себе по одному баллу.

Приложение 1. Оценочный лист

№	Этап урока	Баллы 1-2
1	Разминка д/з	
2	Цветок понятий	
3	«Корзинка правил»	
4	Найди соответствие	
5	Значение производной в точке	
6	Задачи-картинки. Работа в парах	
7	Геометрический смысл производной	
8	Физический смысл производной	
9	Работа лабораторий	
10	Свойства функций и свойства производной	
	Средний балл:	
	Оценка:	

Учитель: Принято, что к соревнованию человек готовится и свой день обычно начинает с зарядки, т.е. с разминки. Проведем разминку перед практической частью и мы.

1. Для этого найдем кроссворд, который вам нужно было дома разгадать

по теме: «Производная»

По горизонтали

2. Производная чего равна нулю...

3. Как называется число, к которому стремится отношение приращения функции к соответствующему приращению аргумента, при стремлении приращения аргумента к нулю

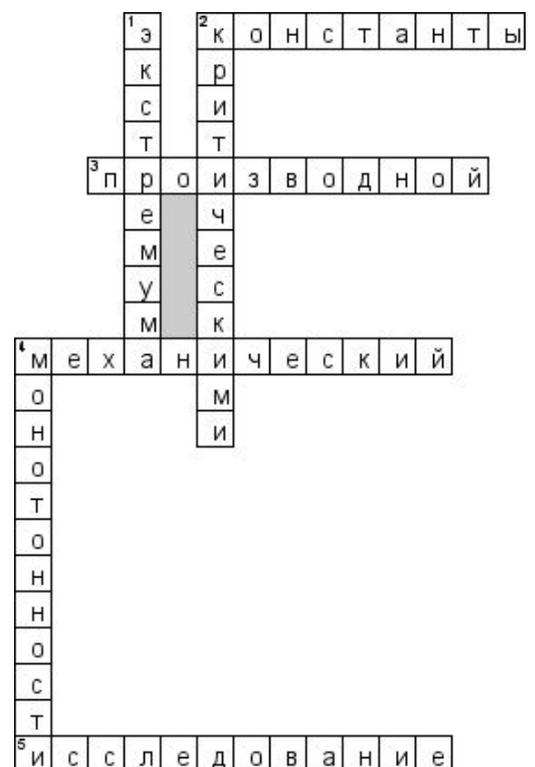
4. Какой смысл производной заключается в том, что скорость движения материальной точки в данный момент времени равна производной пути по времени (Механический)

5. Процесс изучения какого-либо объекта, например, функции.

По вертикали

1. Точки максимума и минимума называют точками Экстремума

2. Точки области определения, в которых производная функции не существует, называются..... точками



4. Промежутки возрастания (убывания) функции это промежутки...

Ставим баллы за правильно выполненное домашнее задание.

2. «Цветок понятий» (ассоциативный куст)

Предлагаю составить цветок понятий: для этого нужно назвать понятия, которые ассоциируются с темой «Производная».

Благодаря вашим понятиям у меня получился вот такой ассоциативный цветок.



Ставим баллы за ответы.

3. «Корзинка формул» Вспомним правила нахождения производных. Необходимо заполнить пустые места в равенствах, записанных на доске) 2 учащиеся выходят к доске



$$(U*V)' = \dots\dots \quad \dots\dots = (U'V - V'U)/V^2 \quad (kx+b)' =$$

$$(C*U)' = \dots \quad (U + V)' = \dots\dots \quad \dots = f'(g(x))*g'(x)$$

Ставим баллы за ответы.

Прежде чем приступить к повторению основных направлений применения производной, проверим нашу готовность к вычислению производных.

4. «Найди соответствие»

Учитель: Укажите соответствие между функцией и её производной: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца. В таблице под каждой буквой, укажите номер её возможного значения. Ответ записать числом

			А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
№	Функция f(x)								
			Производная f'(x)						
А.	k	1	nx^{n-1}						
Б.	x^n	2	0						
В.	\sqrt{x}	3	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$						
Г.	$\sin x$	4	$-\frac{1}{x^2}$						

Д.	$\cos x$	5	$-\sin x$
Е.	$\operatorname{tg} x$	6	$\cos x$
Ж.	$\frac{1}{x}$	7	$\frac{1}{\cos^2 x}$

Проверяем: на слайде **2 136 574** Ставим баллы в оценочные листы.

Учитель: Сейчас постараемся применить полученные знания при решении задач.

5. «Значение производной в точке»

Предлагаю, вам задание, выполнив которое вы узнаете, как И.Ньютон называл производную функции.

С	$f(x) = x^2 + 2x^3$	$f'(1) - ?$
Я	$f(x) = 2 \cos x$	$f'(-\pi/3) - ?$
Ю	$f(x) = (2 + 6x)^2$	$f'(1/6) - ?$
Ф	$g(x) = \sqrt{x}$	$g'(4) - ?$
К	$f(x) = (x-3)(2x+5)$	$f'(1) - ?$
И	$f(x) = 3 - \sin 2x$	$f'(\pi/2) - ?$
Л	$f(x) = (2x+3)^{12}$	$f'(-2) - ?$

$\frac{1}{4}$	- 12	36	3	8	2	$\sqrt{3}$

Ответ: ФЛЮКСИЯ – производная функции

Ставим баллы в оценочные листы.

6. **Учитель:** «Задачи-картинки».

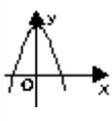
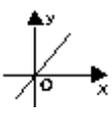
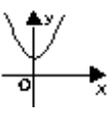
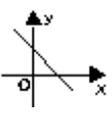
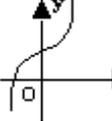
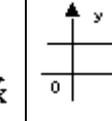
Работа в парах: пусть каждый знает,

Кто из вас быстрее решает?

Мне – таблицы вам раздать,

Вам – в них плюсы расставлять.

Каждая пара получает задание-таблицу, в клетках которой нужно знаком «+» указать соответствие “функция – график производной этой функции”. Приготовить заполненную таблицу с пояснениями. Система оценки: каждый правильный ответ – 0,5 балла. (максимум за задание – 3 балла). Проверка осуществляется с помощью слайда с устными комментариями. (Ответы к заданию на слайде):

График Производной						
Функция						
$y = 2x - x^3$ $y' = 2 - 3x^2$	+					
$y = \frac{1}{3}x^3 + 2x$ $y' = x^2 + 2$			+			
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ $y' = x$		+				
$y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ $y' = 2 - x$				+		
$y = 2x - 7$ $y' = 2$						+
$y = 2x + x^4$ $y' = 2 + 4x^3$					+	

Ставим максимально 3 балла в оценочные листы.

7. Геометрический смысл производной

Учитель: Предлагаю выполнить работу по вариантам по 1 к доске (карточки), а потом мы обсудим, что необходимо было знать для решения данного задания.

1 вариант Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $S(t) = t^3 - t^2$ в точке $t = 3$ и определите вид угла между касательной и положительным направлением оси Ox . (Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = 21$, угол α - острый)

2 вариант Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с

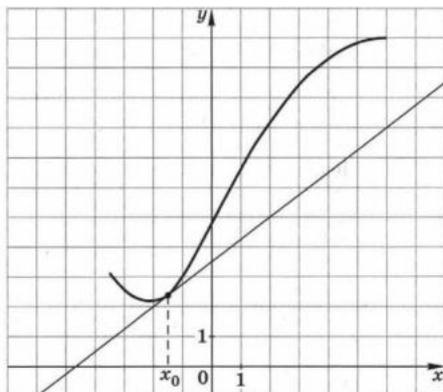
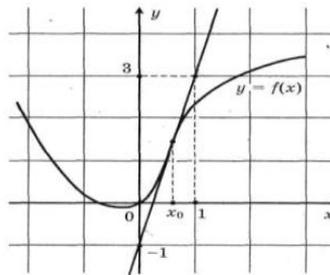
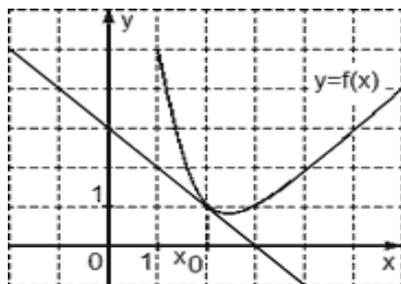
абсциссой x_0 $f(x) = \cos 3x$, $x_0 = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$ Ответ: $k = -3$

Учитель: Какие знания вы применяли при выполнении данных заданий?

В чем заключается геометрический смысл производной?

Учитель: Теперь поработаем с графиками:

а) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

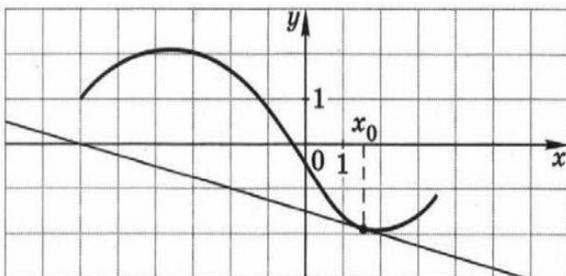
Выберите верное утверждение.

- 1) Угловой коэффициент касательной больше 1.
- 2) Угловой коэффициент касательной меньше 1.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

Выберите верное утверждение.

- 1) Угловой коэффициент касательной положителен.
- 2) Угловой коэффициент касательной отрицателен.
- 3) Угловой коэффициент касательной равен 0.



Ставим баллы за ответы в оценочные листы.

8. Физический смысл производной.

Учитель: Что вам необходимо знать о производной, чтобы решить данную задачу?

Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где $s(t)$ — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

Ответ учащихся: Необходимо знать физический смысл производной: *скорость движения материальной точки в данный момент времени равна производной пути по времени.*

$$v(t) = s'(t)$$

Учитель: вызвать желающего решить к доске.

Решение.

1. Найдем производную функции $s(t)=6t^2 - 48t + 17$:

$$s'(t) = 12t - 48$$

2. Найдем значение производной в точке $t = 9$: $s'(9)=12*9 - 48=60$

Ответ: 60 м/с.

Оцените свою работу на уроке (лист самооценки).

Учитель: Давайте вспомним, что характеризует производная в физике?

Учащиеся: В физике производная характеризует скорость прямолинейного движения.

III. Применение знаний и умений в новой ситуации.

1. Учитель: а в каких науках, вы ещё можете встретить задачи на скорость?

Учащиеся: на уроке химии – скорость химической реакции.

Вопрос: Какое определение в химии вы даете скорости химической реакции? И как это записать?

Учащиеся: Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Если $C=C(t)$, где C -концентрация некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию в момент времени t . Отношение приращения $\Delta C/\Delta t$ - есть средняя скорость химической реакции за промежуток времени Δt .

Учитель: А как записываете? ($v(t) = \Delta C/\Delta t$)

На языке математики - концентрация – это функция, а время – аргумент.

Скорость химической реакции – это Отношение приращения функции к приращению аргумента есть, значит $v(t) = C'(t)$ производной концентрации вещества, вступившего в химическую реакцию

Учитель: Какой вывод можно сделать? Мы с вами вывели химический смысл производной, теперь решая химические задачи на нахождение скорости химической реакции вы будете использовать о производной. Давайте попробуем решить задачу:

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью:

$$C(t) = t^2/2 + 3t - 3 \text{ (моль)}.$$

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Решение: $v(t) = C'(t); \quad v(t) = t + 3; \quad v(3) = 3 + 3 = 6.$ **Ответ:** 6 моль/с.

Учитель: С точки зрения химиков важно изучать скорость химической реакции?

2. Применяется ли производная в других областях науки? На этот вопрос помогут ответить 3 группы (лабораторий), которые работали дома по применению производной в различных отраслях науки.

1-я группа - применение производной в биологии;

2-я группа – применение производной в географии;

3-я группа – применение производной в экономики;

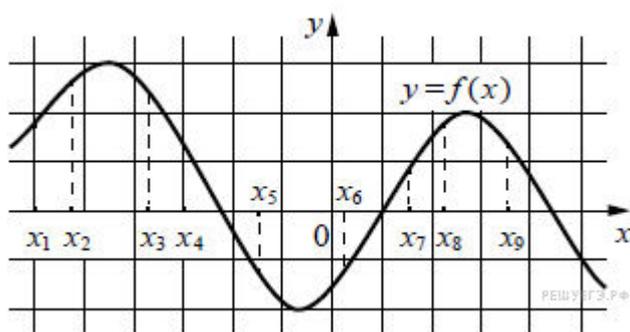
Слово предоставляем исследователям. (Выступление групп).

Учитель: Сделайте вывод «Производная, всемогущая?»

10. Теперь повторим свойства функций и свойства производных

(если останется время)

На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$.

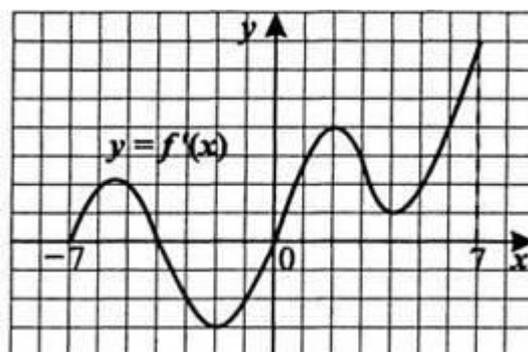


1) На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции $y = f(x)$ отрицательна.

2) По графику функции $y = f'(x)$ ответьте на вопросы:

1. Сколько точек максимума имеет эта функция? (1) назовите её?

2. Назовите точки минимума функции.



3. Сколько промежутков возрастания у этой функции?

4. Найдите длину промежутка убывания этой функции.

III. Подведение итогов урока. Выставление оценок.

- Вспомните, каковы были цели, поставленные нами в начале урока?

- Достигнуты ли цели?

- Что удалось?

- Какой этап игры вам показался наиболее интересным?

- Что не получилось?

- Понравился ли вам урок? ДЗ вы получили.

Молодцы! Я хочу пожелать, чтобы у вас была только положительная производная, чтобы знания ваши только возрастали.

И в заключение урока я хочу вам прочитать стихотворение:

“Музыка может возвышать или умиротворять душу,

Живопись – радовать глаз,

Поэзия - пробуждать чувства,

Философия – удовлетворять потребности разума,

Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей,

а математика способна достичь всех этих целей”.

Так сказал американский математик Морис Клайн.

Урок окончен. Спасибо за работу!