РАЦИОНАЛЬНЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ 15 ЗАДАНИЯ EГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

Оглавление

1. Введение...................................................................................................3

1.1. Цель работы..........................................................................................3

1.2. Задачи....................................................................................................3

1. Логарифмические неравенства..............................................................4
2. Показательно-степенные неравенства...................................................8
3. Задания для самостоятельной работы..................................................12
4. Заключение..............................................................................................13
5. Список используемой литературы........................................................14

Введение

15 задание ЕГЭ по профильной математике является весьма непростым и оценивается в 2 первичных балла. Обычно это логарифмическое или показательное неравенство, либо система неравенств. Также могут встретиться элементы тригонометрии. Алгоритм решения непростой, в ходе решения постоянно появляются либо лишние корни, либо потеря корней. Многие учащиеся доходят до ответа, но он в итоге не верный, так как где-то что-то забыли или наоборот оставили лишнее. Сегодня мы покажем вам, как можно существенно облегчить и ускорить процесс решения. В этом нам поможет замена исходных выражений на знакосовпадающие. После того, как мы разберем этот способ, я и Женя дадим вам задания для подготовки к ЕГЭ, а стимулом послужит возможность получить оценку за верное решение.

**Цель работы:** научиться решать логарифмические и показательные неравенства с помощью эффективного способа замены знакосовпадающих выражений.

**Задачи:**

1. Выяснить, что такое знакосовпадающие выражения.
2. Научиться решать логарифмические неравенства данным способом.
3. Научиться решать показательные неравенства данным способом.

Логарифмические неравенства

Рассмотрим логарифмическое неравенство, часто встречающееся в 15 задании ЕГЭ.

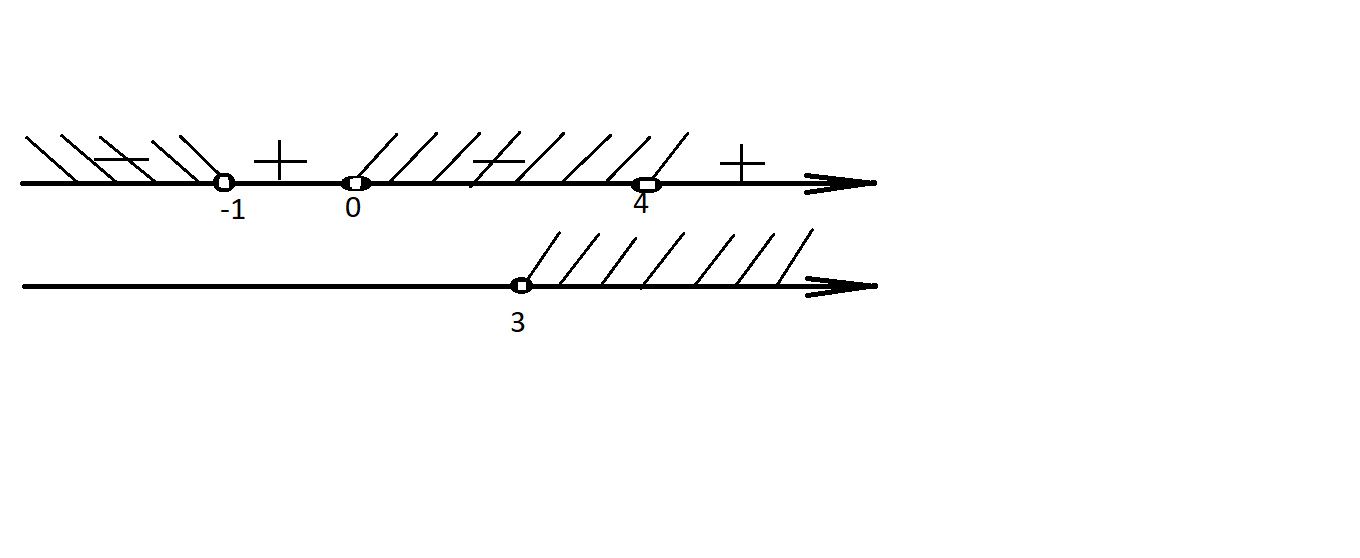
Найдём область допустимых значений логарифма ­– основание больше нуля и не равно единице; логарифмируемое выражение больше нуля.

ОДЗ:x

Составим систему неравенств, зависящую от значения основания логарифмов:

Такая система может быть эквивалентно заменена неравенством:

(x+2-1)(

 (x

ОДЗ:

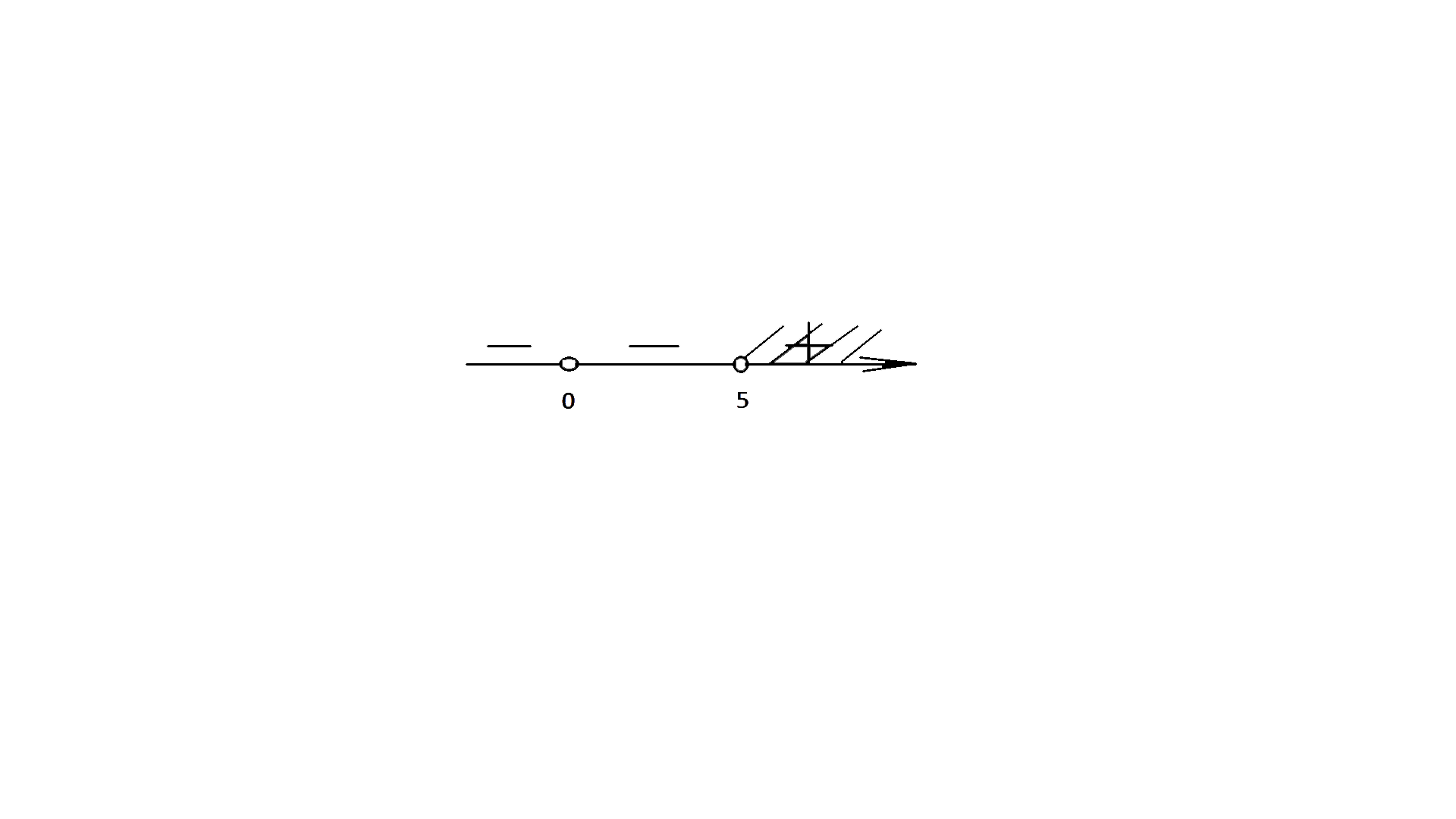
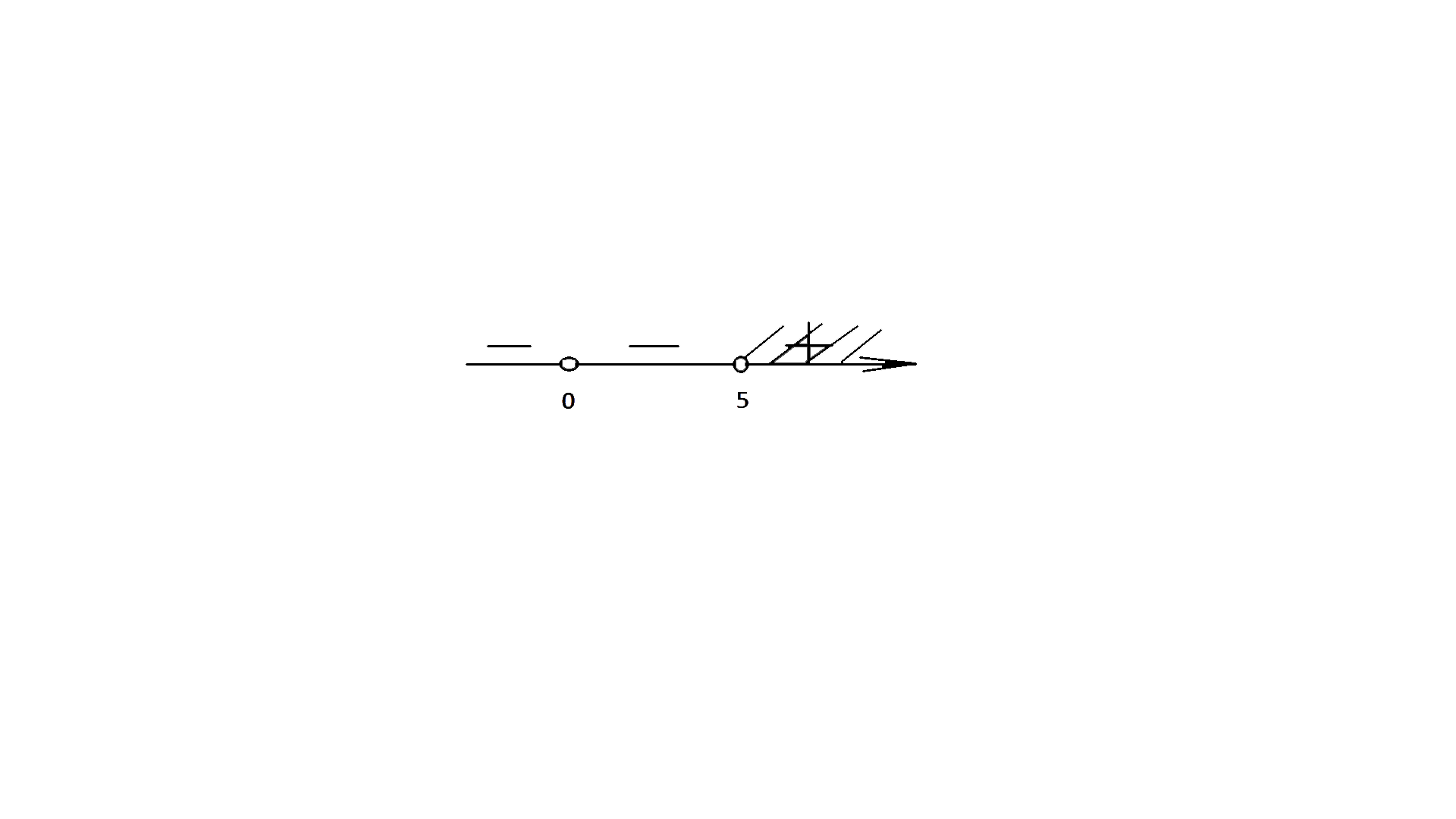
Решая, получаем ответ. Таким образом, мы можем сразу же после неравенства, содержащего разность логарифмов, перейти к интервальному (скобочному) неравенству с учётом ОДЗ.

(a-1)(

ОДЗ:

Вывод:

**(a-1)(**

Часто бывает, что в логарифмическом неравенстве встречается число и логарифм.В такой ситуации мы можем представить число в виде логарифма и воспользоваться введённой выше формулой, не забыв про ОДЗ.

ОДЗ:x;

(x+1-1)(>0

В данном случаеОДЗ не влияет на ответ.

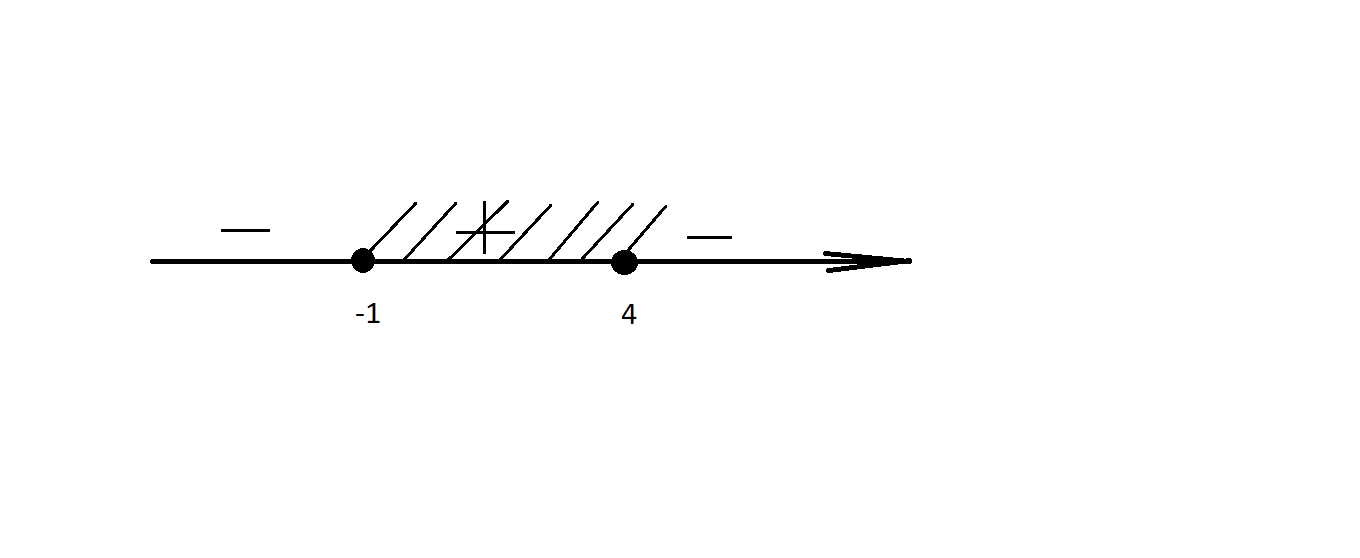
x

Вывод:

ОДЗ:

Разберём похожий пример, чтобы стало понятно, что любое число может быть представлено в виде логарифма для составления рационального неравенства.

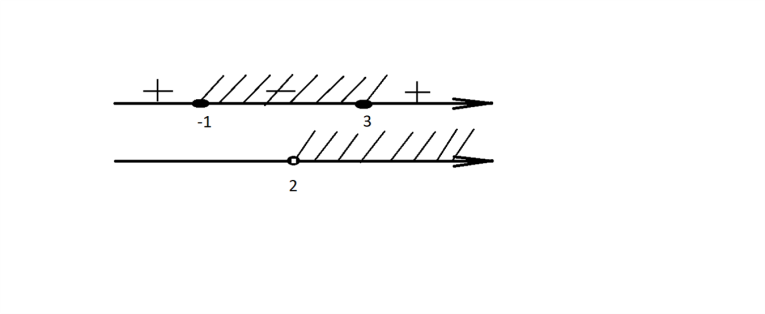
ОДЗ: ОДЗ:



Рассмотрим ещё один часто встречающийся вид логарифмического неравенства:

ОДЗ:ОДЗ:

Отняв ноль в каждой скобке, мы ничего не поменяем, но сможем воспользоваться рациональной заменой выражения, представляя ноль в виде логарифма.



ОДЗ:

Показательно-степенные неравенства

Разность степеней по одному и тому же основанию всегда по знаку совпадает с произведением разности показателей этих степеней на отклонение основания степени от единицы:

**af− ag< 0 ⇔ (a − 1)(f − g) < 0**

* На месте "**<**" может быть любой другой знак, но в обеих частях тождества он должен быть одинаковым.
* ОДЗ (область допустимых значений) неравенства: основание должно быть больше нуля и не равным единице: a > 0; a ≠ 1.

Попробуем в этом убедиться на примере двух неравенств.

4x – 4y> 0 (¼)x– (¼)y> 0

ОДЗ соблюдается. Перенесем второе слагаемое в правую часть.

4x> 4y (¼)x> (¼)y

Так как в левом неравенстве основание больше единицы, мы можем заменить его на x > y – знак не меняется. В правом неравенстве основание меньше единицы, значит, знак меняется на противоположный – x < y.

4 > 1 ¼ < 1

x > y x < y

4 – 1 > 0 ¼ – 1 < 0

x – y > 0 x – y < 0

Перемножим отдельно два левых и два правых уравнения:

(4 – 1)(x – y) > 0 (¼ – 1)(x – y) > 0

В обоих случаях выражение будет больше нуля, так как в первом случае оба множителя положительные, а во втором оба отрицательные. Перепишем исходные неравенства и то, что мы получили в конце:

4x – 4y> 0 (¼)x– (¼)y> 0

(4 – 1)(x – y) > 0 (¼ – 1)(x – y) > 0

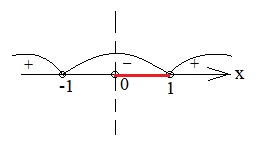
Как мы видим, знак в обоих случаях не изменился, а выражение заменилось на произведение разности основания и единицы и разности показателей степеней, в чем мы и хотели убедиться.

1. 

(x – 1)(2x – 5 – 3x + 4) > 0 ОДЗ: x > 0; x ≠ 1

(x – 1)(–x – 1) > 0

(x – 1)(x + 1) < 0



Ответ: 

1. 

2x = t







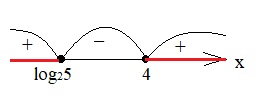








(x – log25)(x – 4) ≥ 0



Ответ: .

1. 0

4x+1 = t ОДЗ: x ≠ 2









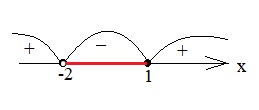












Ответ: 

1. 

ОДЗ: x ≥ -2

Выражение всегда > 0, поэтому мы можем обе части неравенства домножить на это выражение, не потеряв корней.

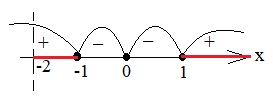












Ответ: 

Задания для самостоятельной работы

1. 
2. ≤ 0
3. 

Заключение

Данный способ решения 15 задания ЕГЭ по профильной математике облегчает процесс решения и сокращает время, что немаловажно. Эксперты ЕГЭ знакомы со способом знакосовпадаюащих выражений, поэтому вы можете смело использовать его на экзамене, главное – проверьте, учли ли вы ОДЗ, все ли корни выписали, включены ли нужные точки и другие мелочи, на которых ученики чаще всего допускают ошибки из-за спешки. Ниже представлены основные знакосовпадающие выражения, которые использовались в данной работе, а также можно применять и для других неравенств.

1. af(х)− ag(х)< 0 ⇔ (a − 1)(f(х)– g(х)) < 0

2. |f(х)| − |g(х)| > 0 ⇔(f(х))2–(g(х))2 > 0

3. (a-1)(

4.

*5.*

Список используемой литературы

1. В. И. Голубев, В. А. Тарасов "Эффективные пути решения неравенств";
2. <https://ru.wikipedia.org>;
3. <https://fipi.ru/>